XII OBA – GABARITO DA PROVA DO NÍVEL 4

(Para alunos de qualquer série do ensino médio)

2009 - ANO INTERNACIONAL DA ASTRONOMIA

Atenção: acompanhando muitas das questões, está indo um parágrafo de comentários, explorando e expandindo o tema tratado pela questão. Os comentários <u>não são essenciais</u> para a correção da prova (a prova pode ser corrigida sem ter que lê-los), mas funcionam como uma boa fonte de informação complementar, e de informações que podem ser discutidas na sala de aula, a partir da realização da prova. Use a prova da OBA como motivadora para aulas de astronomia ao longo do resto do ano letivo!

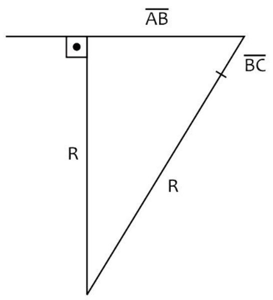
1) Galileu e o Telescópio.

1a) O período de revolução ou translação da Terra em torno do Sol corresponde, de forma muito próxima, a um ano de nosso calendário. Como estava escrito no início da prova, este ano comemoramos 400 anos das observações de Galileu. O livro foi publicado no ano seguinte, em março – ou seja, 399 anos atrás. Alternativamente, o aluno poderia simplesmente subtrair as datas: 2009 – 1610 = 400 – 1 = 399. Portanto, desde a publicação do *Sidereus Nuncius*, a Terra deu <u>399 voltas completas</u> em torno do Sol.

1b) Como está no enunciado da questão, uma das observações de Galileu foi de “quatro dos satélites de Júpiter”, que eram quatro pontos brilhantes próximos do planeta, que ficavam mudando de posição, orbitando em torno deste. Resposta: letra b.

> *<u>Comentários:</u> Esses quatro satélites são os maiores de Júpiter e, em honra do seu descobridor, são conhecidos como* ***Luas Galileanas.*** *Mas Galileu mesmo tinha dado outro nome a elas: “Estrelas Medíceas”ou “Estrelas de Médici”. A família Médici era, uma das famílias mais poderosas politicamente, dentre os estados italianos. Cosimo Médici, na época o grão-duque da Toscana, tinha sido aluno de Galileu em 1605. Por isso, esperando patrocínio e favores políticos, ele resolveu dedicar ao seu ex-aluno (e possível futuro patrono) a descoberta dos novos astros.*
>
> *No seu livro, Galileu identificava as quatro luas com números romanos: I, II, III e IV. Isso é muito sem graça. Por isso, os nomes das luas que acabaram “pegando” foram os dados por Simon Marius (1573-1624), que alegava ter descoberto os satélites independentemente (claro, Galileu não concordava com isso e o acusou de plágio). Marius nomeou os quatro astros com nomes gregos de quatro amantes de Zeus (Júpiter, em latim). Em ordem de distancia do planeta, eram: Io, Europa, Ganimedes e Calisto.*
>
> *As Luas Galileanas podem ser vistas com pequenos telescópios ou mesmo com binóculos. Tente em casa ou na sua escola! Ele aparece como um grande astro com brilho amarelo, cercado de quatro “astrinhos” mais fracos. Só com telescópios maiores é que podemos distinguir detalhes da superfície de Júpiter, e distinguir as faixas coloridas e de diferentes combinações de gases que o cobrem. Os finíssimos anéis de Júpiter, pior ainda: só foram descobertos a partir de sondas enviadas para a parte externa do Sistema Solar. Não faz muitas décadas que descobrimos que os quatro planetas gasosos (Júpiter, Saturno, Urano e Netuno) possuem anéis de poeira. Os anéis de Saturno são muito maiores que os dos seus companheiros e por isso foram observados há bem mais tempo (mesmo Galileu, como visto na prova, identificou algo a mais em Saturno).*
>
> *Naves voando em Júpiter (alternativa a) só foram detectadas recentemente no planeta: as NOSSAS naves que mandamos para lá.*

1c) Essa questão trabalhava com noções geométricas simples dos estudantes. A figura da questão indicava que a altura da montanha poderia ser calculada a partir de um simples triângulo retângulo (figura ao lado).



Tudo o que o aluno precisava conhecer era o Teorema de Pitágoras. Vamos chamar o trecho BC de h. Aplicado a este triângulo, este teorema levava à expressão:

$$(R+h)^2 = R^2 + \left(\overline{AB}\right)^2$$

Substituindo os valores dados:

$$(1.000 + h)^2 = 44{,}73^2 + 1.000^2 = 2001 + 1.000.000 = 1.002.001$$
$$1.000 + h = \sqrt{1.002.001} = 1.001 \therefore h = 1\,\text{km}$$
$$(\text{Foi dado no enunciado que}: 1.001^2 = 1.002.001 \text{ e que } 44{,}73^2 = 2.001)$$

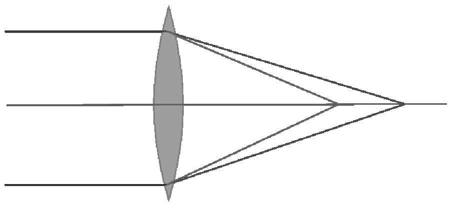
Resposta: A altura da montanha lunar era de 1 km, ou 1.000 m.

1d) Sim, são bastante diferentes. Baseado no parágrafo anterior à pergunta, o aluno poderia responder que, como os telescópios tinham muitos defeitos na produção de imagens, as imagens da Lua que Galileu desenhou deveriam também possuir muitos defeitos desse tipo, que não aparecem mais em telescópios atuais.

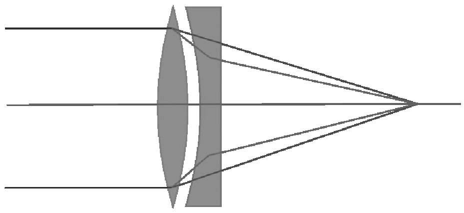
Alternativamente, poderia responder também que imagens também são sujeitas a interpretações, e que portanto Galileu interpretou detalhes dos desenhos da Lua que diferem em muito do que acreditamos que existe na Lua hoje. (Um exemplo é que, da mesma maneira que descrevia montanhas e vales, Galileu também descreveu a atmosfera lunar – que hoje sabemos não existir).

Ou, de um terceiro modo, o aluno poderia responder que os telescópios atuais ampliam mais as imagens que os antigos, mostrando mais detalhes (o que é exposto no item seguinte). Assim, as imagens lunares de hoje seriam bem mais detalhadas, mostrando mais montanhas, mais crateras, etc.

Qualquer dessas respostas, ou uma combinação delas, pode ser considerada correta e o aluno recebe todos os pontos do item.



Comentário: um defeito muito comum de telescópios simples é a chamado ***aberração cromática****. Ela consiste no fato de que raios de luz, com comprimentos de onda diferentes se refratam por um ângulo diferente, quando atravessam um determinado material (no caso, a lente objetiva da luneta). Isso faz com que as luzes de diferentes cores focalizem em lugares diferentes. Assim, olhando para um objeto comum, que reflete luz de vários comprimentos de onda, fica difícil focalizá-lo – porque não existe um só foco que seja bom. (Se focarmos nos comprimentos de onda vermelhos, os azuis ficam borrados, e vice-versa). A figura ao lado demonstra isso.*



Uma maneira hoje muito usada para resolver o problema é o uso das chamadas lentes acromáticas. *Elas são constituídas basicamente de uma junção de duas lentes, uma convergente biconvexa acoplada a uma divergente plano-côncava que corrige a anomalia cromática da lente convergente. A segunda lente (divergente) deve também ser mais densa que a primeira para que a correção ocorra. Devido ao formato e à maior densidade da segunda lente, as cores sofrem duas vezes o desvio diferenciado por cor, de forma que os desvios se compensam. Veja a figura ao lado.*

1e) Como o texto diz, a luz captada pelo telescópio é proporcional à área da sua lente ou espelho. Uma das lunetas de Galileu tinha lente de 50 mm de diâmetro (= D_G), enquanto o telescópio Keck tem espelho de 10 m = 10.000 mm de diâmetro (= D_K). A razão entre a luz captada pelos dois telescópios é dada pela razão entre a área do espelho Keck (= A_K) pela área da objetiva da luneta de Galileu (= A_G):

$$\frac{A_K}{A_G} = \frac{\pi R_K^2}{\pi R_G^2} = \frac{R_K^2}{R_G^2} = \left(\frac{\frac{D_K}{2}}{\frac{D_G}{2}}\right)^2 = \left(\frac{D_K}{D_G}\right)^2 = \left(\frac{10000}{50}\right)^2 = 200^2 = 40000$$

onde R_K e R_G são os raios do espelho do telescópio Keck e da objetiva da luneta de Galileu, respectivamente.

Resposta 1: O Keck capta 40.000 vezes mais luz do que a luneta da Galileu. **(0,1 ponto).**

Resposta 2: Alem disso, o aluno precisa explicar que, como capta mais luz, os telescópios maiores permitem ver objetos (estrelas, por exemplo) que tem um brilho muito baixo, que não conseguiriam ser vistos em telescópios menores. O aluno pode também afirmar que os telescópios maiores permitem separar (resolver) angularmente objetos próximos entre si, etc. **(0,1 ponto).** Não são aceitas respostas ligadas à melhor mecânica e eletrônica do Keck, claro.

Comentário: Galileu aperfeiçoou bastante o telescópio antes de suas observações. De um aumento de 3 vezes chegou a produzir um que aumentava 32 vezes. O termo "telescópio" foi cunhado para o instrumento de Galileu por um *matemático grego, Giovanni Demisiani (falecido em1614) num banquete oferecido em 1611 pelo Príncipe Federico Cesi quando tornou Galileu um membro de sua* Accademia dei Lincei. *O nome foi constituído a partir dos termos gregos* tele *= 'distante' e* skopein *= 'ver' ou 'olhar'. O telescópio de Galileu era um telescópio refrator, também conhecido como luneta ou luneta astronômica. É constituído por duas lentes convergentes, a ocular e a objetiva, esta com grande distância focal. Distância focal é a distância entre o centro ótico da lente e a superfície onde ela projeta a luz. A objetiva forma a imagem sobre seu foco e esta imagem vai servir como objeto para a ocular que fornece a imagem final do sistema, que é invertida. As lunetas, se não são dotadas de lentes corretoras, sofrem do problema da aberração cromática. Entretante existem outros tipos de telescópios, que utilizam, além de lentes, espelhos. O telescópio newtoniano, inventado por sir Isaac Newton (aquele da gravitação), com o intuito de resolver o problema da aberração cromática, usa um espelho esférico ou parabólico para captar a luz. A imagem refletida pelo espelho é capturada pela ocular, responsável pelo foco.*

---

2) Sol no Centro.

2a) Abaixo damos exemplos de respostas aceitas. Cada acerto vale 0,1 ponto até, no máximo, 0,2 ponto:

- Não vemos a Terra se mover; pelo contrário, quando olhamos para cima, o que vemos é o Sol, a Lua e as estrelas se movendo por cima de nós.
- Não sentimos nenhum efeito físico que pareceria razoável sentir. Por exemplo, poderíamos imaginar que, se a Terra girasse muito rápido, seríamos lançados para fora dela; não conseguiríamos nos segurar nela. Mas isso não acontece.
- Se jogarmos uma pedra para o alto, com a Terra se movendo, poderíamos imaginar que ela cairia para trás de nós (como explicado no item 4a da prova). Mas isso não acontece.
- Haveria fortes ventos pelo fato da Terra girar e o ar não acompanhar esse movimento.

2b) Para explicar os movimentos das estrelas, a Esfera das Estrelas precisaria girar de leste para oeste, o sentido de movimento diário dos astros. Mas, considerando o céu parado e a Terra girando, ela precisa girar ao contrário para gerar o mesmo efeito, isto é, de oeste para leste. Cada sentido correto recebe 0,1 ponto.

2c) Entre as razões culturais que podem ser citadas para se considerar o Sol no centro, temos:

- O Sol é o astro mais brilhante do céu (ou que parece mais brilhante para nós).
- O Sol é o único astro do Sistema Solar que emite luz própria.
- O Sol é o maior astro do Sistema Solar.
- O Sol é a fonte de luz e calor que mantém a vida e, portanto, é mais razoável acreditar que ele esteja no centro.
- O modelo do Sistema Solar fica mais simples e harmonioso com o Sol no centro.

Qualquer uma destas razões deve ser considerada correta e o aluno ganha 0,2 ponto.

<u>NÃO devem ser consideradas</u> como certas as respostas que envolvem teorias que são posteriores a Copérnico, como “o Sol está no centro porque é ele que atrai os planetas” ou “o Sol está no centro porque é o que diz a Primeira Lei de Kepler”. O que a questão quer é que o aluno levante argumentos diversos que possam ter levado Copérnico a postular essa nova arrumação dos astros, e portanto não faz sentido dar como respostas teorias que foram criadas *a partir* do trabalho de Copérnico.

<u>Comentários:</u> Do próprio livro do Copérnico, As Revoluções dos Orbes Celestes, (da tradução publicada pela Fundação Calouste Gulbenkian) tiramos a seguinte passagem:

> No meio de todos encontra-se o Sol. Ora quem haveria de colocar neste templo, belo entre os mais belos, um tal luzeiro em qualquer outro lugar melhor do que aquele donde ele pode alumiar todas as coisas ao mesmo tempo? Na verdade, não sem razão, foi ele chamado o farol do mundo por uns e por outros a sua mente, chegando alguns a chamar-lhe o seu Governador. Hermes Trismegisto apelidou-o de Deus visível e Sófocles em Electra, o vigia universal. Realmente o Sol está como que sentado num trono real, governando a sua família de astros, que giram à volta dele.

Ao contrário do que talvez se possa pensar, o modelo de Copérnico estava baseado nas mesmas observações celestes que o sistema de Ptolomeu. Tudo o que Copérnico fez foi reorganizar os antigos dados, de um modo que lhe parecia melhor. A preferência pelo novo modelo era fortemente motivada pela idéia de que o sistema ficaria mais simples e mais harmônico, o que era verdade (apesar do modelo de Copérnico também usar as mesmas ferramentas geométricas de Ptolomeu, os *epiciclos, equantes, etc). Mas existem muitas formas de fazer um sistema parecer mais simples; o fato de Copérnico ter escolhido esta forma e não outra para isso diz muito sobre suas inclinações filosóficas e religiosas – como é evidenciado no parágrafo acima.*

2d) Esse item foi discutido na prova da OBA do ano anterior com mais detalhes. Serve como um forte incentivo para que os alunos e professores leiam as provas dos anos anteriores para se preparar.
A resposta que esperávamos envolve dizer que as paralaxes das estrelas são muito pequenas, invisíveis portanto a olho nú – mesmo com os melhores instrumentos de medidas de ângulos no céu. Sem um instrumento como um telescópio, só era possível medir paralaxe de objetos abaixo da órbita lunar. Para esta resposta o estudante recebe 0,2 ponto.

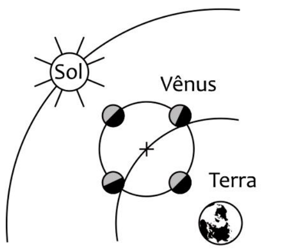
<u>Comentários:</u> Tycho Brahe ficou famoso por ter sido um observador do céu extremamente cuidadoso ou, nas palavras do historiador italiano Paolo Rossi, "o maior dos observadores a olho nu da história da astronomia". Ele construiu instrumentos muito sofisticados para medir ângulos no céu, e fez tais medidas com grande esmero. Algumas de suas observações mais importantes envolviam a técnica da paralaxe.

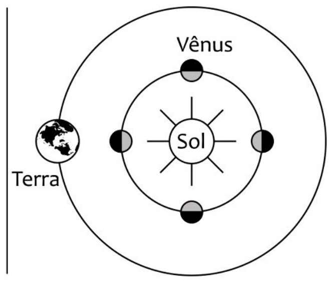
Sua fama começou com a observação, na noite de 11 de Novembro de 1572, enquanto voltava para casa, de uma estrela que nunca tinha sido vista antes no céu. Essa estrela, no entanto, apareceu muito brilhante, quase tão brilhante quanto Vênus, em seu esplendor. Depois disso, seu brilho foi esmaecendo, até ela desaparecer por completo em 1574. Tycho tentou medir a paralaxe deste objeto, concluindo que ela era pequena demais para ser um fenômeno acontecido na atmosfera ou abaixo da órbita da Lua. Isso significa que aquela nova estrela tinha aparecido no céu mesmo, o que contrariava a idéia geral de céu imutável em oposição ao mundo mutável abaixo da órbita da Lua, até a Terra. Hoje, compreendemos essas "estrelas novas" como explosões de estrelas de grande massa, no fim de suas vidas.

Para confirmar sua hipótese, Tycho ainda procurou observar a paralaxe dos grandes cometas de 1577 e de 1585. Mas, para ambos, encontrou um valor muito pequeno, muito menor que o encontrado para a Lua – o que significa que deveria estar bem mais distante que nosso satélite. Vistos assim, os cometas causavam ainda mais problemas que as "estrelas novas", pois, além de estar acima da Lua, estes se moviam pelo céu. Assim, Tycho acreditava que os cometas passavam entre os planetas no espaço. Por isso, ele desacreditava a concepção tradicional de que os planetas estavam incrustados em grandes esferas cristalinas que tinham a Terra como centro. Os cometas pareciam passar entre as esferas.

2e) A questão envolve visualização espacial da situação explicada nos desenhos. Os desenhos da prova já contêm as marcações das faces iluminadas.

Observe que, no sistema geocêntrico, alguem na Terra só vê Venus em fase nova, ou em fases minguantes ou crescentes – mas nunca mais que metade da face iluminada. Por outro lado, no sistema heliocêntrico apresentado, alguém na Terra pode distinguir claramente quatro fases: Venus cheio, em quarto crescente, novo e em quarto minguante. Ou o aluno visualisou, respondeu corretamente e recebe todos os pontos, ou errou. Não há nota intermediária.





3) Leis de Kepler.

3a) Vamos considerar a distância de Io a Júpiter como D_{Io}. Assim, a distância de Calisto a Júpiter, D_{Cal}, é $D_{Cal} = 4\,D_{Io}$. O período de Io é 1 mêsio (= T_{Io}), e queremos saber de quantos mêsios é o período de Calisto (= T_{Cal}). Usando a Terceira Lei de Kepler, podemos escrever que:

$$\frac{(T_{Io})^2}{(D_{Io})^3} = \frac{(T_{Cal})^2}{(D_{Cal})^3} \quad \therefore \quad \frac{1}{D_{Io}^3} = \frac{(T_{Cal})^2}{(4D_{Io})^3} = \frac{1}{1} = \frac{(T_{Cal})^2}{4^3}\text{, Portanto: } (T_{Cal})^2 = 4^3 = 64\text{, logo, } T_{Cal} = \sqrt{64} = 8$$

Logo, o período de Calisto (= T_{Cal}) é de 8 mêsios. A armação correta do problema recebe 0,1. A realização correta das contas 0,15.

<u>Comentários:</u> Ganimedes, Calisto, Io, e Europa. são maiores em raio do que qualquer planeta anão do Sistema Solar e estão entre os maiores objetos do Sistema Solar afora os oito planetas em termos de diâmetro. Respectivamente são o

primeiro, terceiro, quarto e sexto maiores satélites naturais do Sistema Solar e possuem quase 99.999% da massa total dos mais de sessenta, hoje conhecidos, corpos em órbita de Júpiter. Júpiter, por sua vez, vem sofrendo lentamente uma desaceleração devido às forças de maré produzidas pelos satélites galileanos. Em contrapartida, este mesmo efeito está mudando as órbitas das luas, forçando-as a se afastarem cada vez mais do planeta. Por fim, Io, Europa e Ganimedes estão ligados entre si por forças de maré, em ressonância orbital de 1:2:4, Isto significa que, enquanto Ganimedes dá uma volta a redor de Júpiter,Europa dá duas e Io quatro. Estes números são exatos. Calisto, por sua vez, está sendo capturado para este processo. O número calculado na questão é, portanto, aproximado. Somente daqui a algumas centenas de milhões de anos é que Calisto será capturado também, orbitando à razão exata de duas vezes o período de Ganimedes e oito vezes o período de Io.

3b) Os dois corpos supostos por Galileu a orbitar o "Saturno Central", para que os três pudessem ser vistos sempre na mesma posição a partir da Terra, deveriam rotacionar de uma forma tal que fosse de alguma forma síncrona com a velocidade relativa entre a Terra e Saturno. Isto em nada contradiz a terceira lei de Kepler. Para que esta seja obedecida, basta que os dois corpos tenham os semi-eixos maiores de suas órbitas iguais. Para que a questão seja considerada correta, o aluno deve, de alguma forma contemplar a sincronização entre a rotação dos dois corpos ao redor do corpo central e o movimento relativo entre Terra e Saturno, e o aluno recebe 0,25.

3c) Nesse modelo, cada partícula tem uma velocidade de translação V diferente em torno de Saturno. Considerando órbitas circulares, temos que a velocidade de cada partícula depende do seu período T de revolução em torno de Saturno e da sua distância D ao centro deste, na forma:

$$V = \frac{2\pi}{T} D \quad \text{ou} \quad T = \frac{2\pi}{V} D$$

Por outro lado, o período T e a distância D também estão relacionadas pela Terceira Lei de Kepler, dada no enunciado. Substituindo T da equação acima na Lei de Kepler, obtemos:

$$\frac{T^2}{D^3} = K_{saturno} = \left(\frac{2\pi D}{V}\right)^2 \frac{1}{D^3} = \frac{4\pi^2}{V^2 D} = K_{saturno} \qquad \therefore V^2 D = \frac{4\pi^2}{K_{saturno}}$$

A armação correta do problema recebe 0,15. A realização correta das contas 0,1.

3d) Essa questão testa duas habilidades dos alunos: capacidade de interpretar expressões matemáticas, e capacidade de ler gráficos. A primeira envolve entender como os dois modelos propostos se comportam algebricamente; a segunda, entender como essas expressões aparecem graficamente, quando duas grandezas são relacionadas.

Um disco rígido gira de forma inteiriça, ou seja, todas as suas partes giram com a mesma velocidade angular ω. Porém, a velocidade linear de cada ponto depende de sua distância D ao centro do disco (que é o centro de Saturno), na forma $V = \omega D$. Ou seja, no modelo de Huygens, a velocidade das partículas V crescia linearmente com a distância D ao centro.

Já no modelo de Maxwell, V e D estão relacionadas pela expressão deduzida em 3c. Ela diz que o produto de V^2 por D é constante; isso significa que, quando V^2 aumenta, D tem que diminuir e vice-versa. Então o gráfico da linha cheia (Maxwell) tem que ser decrescente, ao contrário do gráfico da linha pontilhada (Huygens).
Além disso, V não decresce proporcionalmente a D. Conforme D aumenta, é V^2 que diminui proporcionalmente, o que corresponde a um decrescimo mais devagar de V.
Portanto, a resposta correta é a letra c, que vale **0,1 ponto.** Se justificar corretamente a escolha recebe mais **0,15 ponto.**

---

4) Física.

4a) O princípio da física newtoniana que resolve esse problema é o princípio ou lei da inércia. Basta esta resposta para que o estudante receba 0,3 ponto.
Este princípio afirma que corpos em movimento constante (isto é, com velocidade constante e em linha reta) permanecem em movimento se nada externo interfere, do mesmo modo que corpos parados permanecem parados se nada age sobre eles. Assim, a pedra, enquanto está na Terra, se move junto com a Terra. Os críticos supunham que, quando perde contato com a Terra, a pedra tenderia a parar, enquanto aquela continuaria se movendo. Mas, se acreditamos que os corpos se movem segundo a inércia de Newton, então a pedra, quando lançada para cima, mantém

sua velocidade horizontal ao mesmo tempo em que sobe e desce. Assim, quando cai de volta, ela cai no ponto de onde saiu, pois andou tanto quanto a Terra.

Comentário: *Galileu poderia ter usado esse argumento do jeito que foi posto aqui, pois ele mesmo formulou o princípio de inércia. Mas a inércia do Galileu era circular: o movimento circular é que era o movimento natural dos corpos.*

Um exemplo clássico que Galileu usa (em seu livro Diálogo entre os Dois Máximos Sistemas de Mundo*) é o seguinte: coloquemos uma esfera lisa sobre um plano liso e inclinado, e façamo-la se movimentar. Enquanto a esfera se move contra a inclinação do plano, subindo, ela desacelera, rolando cada vez mais devagar. Por outro lado, se invertermos a inclinação do plano, de forma que a esfera passe a descer, então ela acelera, indo cada vez mais rápido. Portanto, deve haver uma inclinação intermediária (que podemos chamar de horizontal) em que a bolinha, ao se mover, não acelera nem desacelera, mas se mantém em movimento constante.*

Galileu vai ainda mais longe: a Terra é esférica; então, se este plano for longo o suficiente, a bolinha continuaria rolando pela superfície terrestre, estável em seu movimento circular e constante. Da mesma forma, os planetas se movem em trajetórias circulares, estáveis, por sua própria inércia.

Embora as imagens que Galileu usou para explicar sua inércia ainda sejam muito úteis hoje para compreendermos esse princípio, a nossa inércia é diferente. É a inércia de Newton, que diz que o movimento natural é o movimento feito em linha reta. Assim, pensar em um plano na superfície da Terra é insuficiente; precisamos de uma imagem mais abstrata. Um corpo solto no espaço, livre de qualquer outra influência. Este corpo, espera-se, uma vez tendo movimento, permanecerá neste movimento com a mesma velocidade e em linha reta, indefinidamente.

Assim, o movimento dos planetas não é inercial, espontâneo. Se fossem deixados livres, eles se afastariam indefinidamente, vagando pelo universo, sempre à frente. Na física de Newton, é preciso que algo "prenda" os planetas em suas órbitas fechadas, contrabalance sua tendência natural de permanecer em linha reta e se afastar. Esse algo foi o que Newton definiu como sua Força da Gravitação Universal.

Ao resolver o problema da pedra lançada para cima, portanto, pode parecer que usamos a inércia de Galileu (circular) para argumentar. Na verdade, usamos a inércia de Newton (linear), nos aproveitando de uma aproximação: para deslocamentos curtos (muito mais curtos que as dimensões da esfera terrestre) podemos aproximar o movimento circular da Terra por um movimento linear. É o mesmo motivo pelo qual, no nosso cotidiano, vemos os objetos à nossa volta como se estivessem dispostos num plano horizontal (mesmo sabendo que a Terra é esférica). Se fôssemos considerar lançamentos maiores, teríamos que considerar que, na verdade, tanto os objetos na superfície da Terra quanto a pedra acima dela estão sendo continuamente acelerados, pela força gravitacional da Terra, que a cada instante tira a todos da reta que seguiríamos naturalmente, se estivéssemos livres. Esse movimento circular gera efeitos nos movimentos que só podemos notar em escalas maiores. Um deles é a força de Coriolis, que dá o padrão dos furacões e grandes tempestades na Terra. Se a pedra tivesse sido lançada muito alto, esses efeitos não-inerciais, como a força de Coriolis, seriam notados nela, e ela não cairia exatamente no lugar de onde foi lançada.

4b) Resposta: Pólo Norte ou Sul (0,1 ponto se respondeu só um lugar e 0,3 se mencionou os dois).

Essa questão exigia mais um pouco de visão espacial dos alunos. Bastava visualizar que, na superfície de uma esfera em rotação, existem dois pontos que não se movem: os pontos por onde passa o eixo de rotação, chamados pólos. Assim, na Terra, o Pólo Sul e o Pólo Norte não se movem pela rotação terrestre. Portanto, em um caso ou em outro, um homem que lançasse pedras para o alto desses lugares não teria qualquer problema, nem na visão dos críticos de Galileu nem na visão dos pós-newtonianos.

4c) A resposta disso já está sintetizada no texto do enunciado que vinha logo antes deste item: *"Repare que depender só da distância significa que a força é a mesma para qualquer direção."* A Terra é redonda porque atrai tudo sobre sua superfície com uma força de igual intensidade, determinada em última instância por sua massa e pelo seu raio e estas coisas sobre sua superfície são, em geral, muito menores que a própria Terra. Basta que o aluno perceba esta geometria implícita na Lei da Gravitação de Newton e a expresse de alguma forma para receber (0,4) ponto.

Comentário: *poderíamos pensar então que, quanto maior um corpo, menor é a proporção entre um seu futuro componente e o todo e, portanto, ele tende a ser esférico quanto maior volume tiver. Isto não é inteiramente verdade, entretanto. A chave está, claro, na gravitação, novamente. Mas não só nela. Está em uma dada relação sua com o eletromagnetismo. Repare nos asteróides. O que os diferencia dos planetas-anão são sua forma irregular. São imensas pedras na verdade. Para que um* *asteróide tenda a ser esférico, sua maior irregularidade tem que ser algumas ordens de grandeza menor que seu raio. O limite disto é que a sua maior montanha rompa a ligação química entre as moléculas de sua base, isto é, derreta sua superfície. O limite entre um planeta e um asteróide é, portanto, o limite entre a atração gravitacional do planeta sobre sua maior montanha e o peso desta, de forma a derreter a sua base e afundar. Ou seja, o limite entre um asteróide e um planeta anão é dado pela razão da força gravitacional entre a montanha e planeta e a tensão superficial deste, isto é, a ligação química entre as moléculas de sua superfície, de natureza eletromagnética. Ceres, o primeiro corpo do cinturão de asteróides, com seus 950 km de raio foi inicialmente considerado um planeta, depois o maior dos asteróides até ser classificado como planeta-anão. Planeta porque esférico. Anão porque não tem massa suficiente para "limpar" sua órbita: há diversos corpos orbitando na sua faixa, os asteróides.*

---

5) Universo Infinito.

5a) Se o universo é infinito, e existem estrelas por toda a parte, então têm que existir infinitas estrelas também **(0,1 ponto)**. Mesmo só uma pequena percentagem tendo planeta habitado, então ainda assim deve haver infinitos planetas habitados **(0,1 ponto).**

Para visualizar isto, imaginemos o contrário: que exista só um número finito de estrelas, distribuídas no universo do jeito que quisermos. Então deve haver uma ou mais estrelas que estejam mais distantes de nós que todas as outras. Isso pode ser tão distante quanto quisermos, já que o universo que estamos supondo é infinito. Isso significa que, se estivermos numa dessas estrelas e olharmos para a direção oposta àquela em que estamos agora, não veremos mais outras estrelas. Mas isso não pode ser possível, pois estamos supondo que as estrelas existem por toda a parte. Logo, temos que ter mais estrelas, para mais longe desta que escolhemos. E assim deve se repetir com todas as estrelas que escolhermos, exigindo sempre mais e mais estrelas, quanto mais nos afastamos. Como, por isso, não pode existir uma ou algumas estrelas que estejam mais distantes que todas as outras (pois sempre teríamos que ver estrelas ainda mais distantes), então devem existir infinitas estrelas.

Além disso, mesmo que uma pequena porcentagem das estrelas tenham planetas, e ainda uma pequena porcentagem deles seja habitado, ainda assim seriam infinitos planetas habitados. Essa pergunta mostra como as relações com quantidades infinitas são curiosas. Digamos que tenhamos infinitas estrelas, mas queremos observar algo que só metade das estrelas possuem. Mas metade de infinitas estrelas ainda são infinitas estrelas. Da mesma forma, o dobro de infinitas estrelas também são infinitas estrelas. Um terço, um quarto, um décimo, um milionésimo das infinitas estrelas ainda são infinitas. De fato, um número finito de coisas, diante de uma quantidade infinita, é infinitesimalmente pequeno.

A matemática que lida com infinitesimalmente pequeno aparece no conceito matemático de limite, e no que chamamos de Calculo Diferencial e Integral, ou Calculo Infinitesimal. Foi também na mesma época (de Copérnico a Newton) que foi inventada esta disciplina, por Gottfried Leibniz (1646-1716) e pelo próprio Newton. Esses conceitos foram fundamentais para que Newton conseguisse escrever a sua física. Todos os alunos que forem entrar numa universidade e estudar num curso de ciência da natureza ou de engenharia vão estudar essas matérias e se deparar novamente com este conceito.

5b) Um universo com estrelas distribuídas de forma homogênea deve permanecer estático. **(0,1 ponto)**.

Justificativa: Tomemos uma estrela em particular. Existem infinitas estrelas, em qualquer direção que olhemos. Todas as estrelas se atraem em todas as direções de forma igual, de forma que cada uma, devido à atração das demais, deve permanecer no seu lugar se não houver movimento algum. **(0,2 ponto)**

Um estudante que conheça evolução estelar pode ainda refletir que, por terem mesma massa, todas as estrelas morrerão da mesma forma ao mesmo tempo, supondo que nasceram ao mesmo tempo. Mas ainda assim a distribuição de massa ainda permanecerá globalmente a mesma e dinamicamente nada acontece.

5c) Agora em algum ponto temos uma massa com o dobro das demais. Logo, este ponto atrairá mais que todos os demais e todas as estrelas serão atraídas na direção deste ponto. Logo, a tendência é a de que este ponto adquira cada vez mais massa e atraia cada vez mais intensamente todos os demais. O Universo ganharia então um movimento de colapso generalizado em direção a este ponto. **(0,1 ponto).** Se o estudante respondeu apenas que não será mais estático, **0,05 ponto.**
Forma final: Como o universo é infinito, este movimento de colapso será permanente. **0,2 ponto**.

5d) A Via Láctea tem este nome porque aparece como uma imensa mancha esbranquiçada e continua no céu noturno. Logo, é uma região do céu. Se todas as estrelas estivessem distribuídas de maneira homogênea, todo o céu apareceria igualmente esbranquiçado. Basta que o estudante responda isto para que receba todos os pontos.

Na verdade, se o universo fosse infinito, a situação seria um pouco mais dramática, levaria ao céu ardendo como a superfície de uma estrela, reflexão conhecida como Paradoxo de Olbers, que alguns estudantes podem inclusive virem a citar nesta questão. Mas isto é assunto para uma próxima OBA.

---

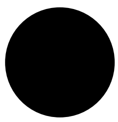
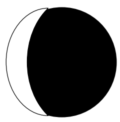
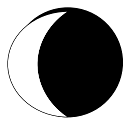
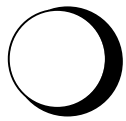
6) A iluminação pública deve consistir em iluminar ruas, prédios e monumentos de cima para baixo apenas e nunca jogar luz diretamente para cima. Qualquer resposta do aluno que tenha este sentido deverá ser considerada correta.

7a) Várias atitudes podem ser tomadas, tais como: a)vabrir o mínimo possível a geladeira, b) não colocar alimentos quentes, c) afastar a geladeira da parede, d) colocar a geladeira longe do sol, e) colocar a geladeira longe do fogão, f) verificar a vedação da borracha na porta, g) etc, são exemplos de respostas admitidas. Cada atitude correta recebe 0,2 ponto. Veja "Observação importante" abaixo da 7b.

7b) Regiões muito frias como as próximas ao Pólo Norte, o Extremo Sul do continente sul-americano, a Antártida , regiões montanhosas muito elevadas como o Himalaia, Andes, etc. Cada região correta, 0,2 ponto.
Observação importante: *Houve uma falha na redação das questões dos itens 7a e 7b. A idéia original era pedir que o aluno citasse 3 atitudes (0,2 ponto cada) na 7a e pedir que citasse 2 regiões (0,2 ponto cada) na 7b. Com a redação impressa, se o aluno respondeu só um lugar na 7b e mais de 3 atitudes na 7a, então o professor deve dar 0,2 na 7b e até 0,8 na 7a.*

---

8) Viagem à Lua.
8a) Se a cada segundo são consumidos 13.000 kg de combustível, em 60 segundos serão gastos 13.000 × 60 = 780.000 kg de combustível. O enunciado informa que no lançamento, o Saturno 5 possuía massa de 3.000.000 kg. Portanto, após o primeiro minuto de vôo a massa do Saturno 5 será de 3.000.00 - 780.000 = 2.220.000 kg. **Resposta:** 2.220.000 kg
8b) O enunciado informa que eram 02h56 da madrugada (horário de Greenwich) do dia 21 de julho quando Neil Armstrong colocou seus pés na Lua e proferiu sua famosa frase. Como Brasília está a 47°55' Oeste de Greenwich, o horário de Brasília está atrasado 3 horas (1 hora para cada 15 graus na longitude). Dessa forma, os brasileiros assistiram à chegada do Homem à Lua às 23h56 do dia 20 de julho. **Resposta:** 23h56 do dia 20 de julho
8c) Atenção: 0,5 pontos se acertar os 3 desenhos, caso contrário 0,1 cada acerto.

			
Lua nova	16 de julho	20 de julho	24 de julho

9) Leis de Kepler e a Lua.
9a) O enunciado da questão informa que a Apolo 11 ficou a 112 km da superfície lunar, em uma órbita circular. Uma vez que o raio da Lua é de 1.738 km (também informado no enunciado da questão), o raio da órbita é a soma do raio da Lua com a altitude da órbita, ou seja, $R_{órbita}$ = 1.738 + 112 = 1.850 km. **Resposta:** 1.850 km
9b) Como o raio da órbita obtida da questão anterior é de 1.850 km, a tabela fornece o período da órbita como sendo de 1,98 horas. **Resposta:** 1,98 horas
9c) Se o terceiro astronauta (aquele que ficou em órbita da Lua) levava 1,98 horas para completar uma volta em torno da Lua, o número de voltas realizadas nas 59 horas e 30 minutos foi de 59,5/1,98 = 30,05, isto é, 30 órbitas. **Resposta:** 30 órbitas

10) Monitoramento Florestal.
10a) Se a medida oficial máxima de um campo de futebol é de 120 m de comprimento por 90 m de largura, a sua área será de 120 m x 90 m = 10.800 m². A área desflorestada no Pará em 2008 foi de 5.041 km², ou 5.041.000.000 m². O número aproximado de campos de futebol, que cabem na área desflorestada em 2008 no estado do Pará, é de 466.759. Este valor foi obtido dividindo a área desflorestada naquele ano pela área do campo de futebol (5.041.000.000 / 10.800 = 466.759). **Resposta:** 466.759 campos de futebol

10b) Para obter a resposta basta dividir a área remanescente de floresta (880.000 km²) pela taxa de 10.000 km²/ano (880.000/10.000 = 88). **Resposta: 88 anos.** Observação: se o aluno subtraiu dos 880.000 km² o que já foi perdido em 2008, encontrará 87,5 anos, o que também é válido.